

Programme de la colle 1

Semaine du 23/09/2024.

Les ensembles de nombres usuels \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} sont supposés connus.

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

Cette section regroupe les différents points de vocabulaire, notations, outils et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions doivent être introduites de manière progressive. Leur acquisition est un objectif pour la fin du premier semestre.

Le programme se limite strictement aux notions de base figurant ci-dessous. Toute étude systématique de la logique, de la théorie des ensembles ou de l'arithmétique est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Rudiments de logique	
Quantificateurs.	L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviation est exclu.
Implication, contraposition, équivalence.	Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition.
Modes de raisonnement : par disjonction des cas, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.	Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante.
Raisonnement par récurrence (simple, double, forte).	Toute construction et toute axiomatique de \mathbb{N} sont hors programme.
b) Ensembles	
Ensemble, appartenance. Ensemble vide.	
Inclusion. Partie (ou sous-ensemble).	
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence, complémentaire.	Notation $A \setminus B$ pour la différence et $E \setminus A$, \bar{A} et A^c pour le complémentaire.
Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles.	
Ensemble des parties d'un ensemble.	Notation $\mathcal{P}(E)$.
Recouvrement disjoint, partition.	

Trigonométrie

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Trigonométrie	
Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus.	
Relation de congruence modulo 2π sur \mathbb{R} .	Notation $a \equiv b [2\pi]$.
Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$.	Les étudiants doivent savoir retrouver ces résultats et résoudre des équations et inéquations trigonométriques simples en s'aidant du cercle trigonométrique.
Cosinus et sinus des angles usuels.	
Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier des formules de duplication : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.	On présente une justification géométrique de l'une de ces formules. Les étudiants doivent savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a) \cos(b)$, $\cos(a) \sin(b)$, $\sin(a) \sin(b)$.
Fonctions circulaires cosinus et sinus.	On justifie les formules donnant les fonctions dérivées de sinus et cosinus vues en classe de terminale.
Pour $x \in \mathbb{R}$, inégalité $ \sin(x) \leq x $.	
Fonction tangente.	Notation \tan . Dérivée, variations, représentation graphique.
Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels.	
Formule d'addition $\tan(a \pm b)$.	Interprétation sur le cercle trigonométrique.