

# Programme de la colle 6

Semaine du 11/11/2024.

## Démonstrations ou savoir-faire à connaître :

1. Une partie  $A$  est bornée ssi  $|A|$  est majorée.
2. Caractérisation epsilonuse de la borne supérieure.
3. Définition de la partie entière inférieure.
4. La suite approximation décimale par défaut d'un réel  $x$ , est croissante et converge vers  $x$ .

## Compléments sur l'ensemble des réels

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
<b>c) Inégalités</b>	
Relation d'ordre sur $\mathbb{R}$ . Compatibilité avec les opérations. Intervalles de $\mathbb{R}$ .	Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients. Utilisation de factorisations et de tableaux de signes. Résolution d'inéquations.
Valeur absolue. Inégalité triangulaire.	Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type $ x - a  \leq b$ .

## Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles ou complexes

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
<b>a) Généralités sur les fonctions</b>	
Ensemble de définition. Représentation graphique d'une fonction $f$ à valeurs réelles.	Les étudiants doivent savoir déduire de la représentation graphique de $f$ celles de fonctions obtenues par des transformations simples, comme $x \mapsto f(x + a)$ ou $x \mapsto f(ax)$ .
Parité, imparité, périodicité.	Interprétation géométrique de ces propriétés. Utilisation pour la réduction du domaine d'étude.
Somme, produit, composée. Monotonie (large et stricte). Fonctions majorées, minorées, bornées.	Traduction géométrique de ces propriétés. La fonction $f$ est bornée si et seulement si $ f $ est majorée.

## b) Dérivation

Dérivée d'une fonction. Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.	Notations $f'(x)$ ou $\frac{d}{dx}(f(x))$ . Ces résultats sont rappelés, avec la définition de la dérivée et l'équation de la tangente; ils ne sont pas démontrés à ce stade.
Caractérisation des fonctions constantes, (dé)croissantes, strictement (dé)croissantes, parmi les fonctions dérivables sur un intervalle.	Exemples simples de calculs de dérivées partielles. Résultats admis à ce stade.
Tableau de variation. Étude pratique d'une fonction. Tracé du graphe. Représentation graphique et dérivée d'une fonction réciproque. Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ . Dérivées d'ordre supérieur.	Application : recherche d'extremums, démonstration d'inégalités. La formule donnant la dérivée est admise, mais on en donne l'interprétation géométrique.

**c) Fonctions usuelles**

Fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Relations  $(xy)^{\alpha} = x^{\alpha} y^{\alpha}$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^{\alpha} x^{\beta}$ ,  $(x^{\alpha})^{\beta} = x^{\alpha\beta}$ .

Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.

Inégalité  $\exp(x) \geq x + 1$ ,  $\ln(1 + x) \leq x$ .

Fonctions circulaires réciproques Arcsin, Arccos, Arctan.

Fonctions hyperboliques sh, ch.

Dérivée, variation et représentation graphique. Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ . Logarithme décimal, logarithme en base 2.

Dérivée, variations, représentation graphique. La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme. La seule formule exigible est  $\operatorname{ch}^2(x) - \operatorname{sh}^2(x) = 1$ .

**d) Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle**

Dérivée d'une fonction à valeurs complexes.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient.

Dérivée de  $\exp(\varphi)$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.

La dérivée est définie par les parties réelle et imaginaire. Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles.